

1. $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$ により領域 D を定義するとき、
重積分 $I = \iint_D x^3 y^2 dx dy$ を求めたい。下記の問題に解答せよ。

1. 座標平面上に領域 D を図示せよ。
2. 次式が成立するように a, b, c, d を定めよ。

$$I = \int_a^b \left(\int_c^d x^3 y^2 dy \right) dx$$

3. I の値を求めよ。

解答欄（解答欄が不足した場合は、その旨明記した上で裏面を利用すること。）

2. \mathbb{R}^3 の 3 つのベクトル $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ において, 下記の問に解答せよ.

- (1) $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ を列として構成された 3 次正方行列 $A = (\mathbf{a} \ \mathbf{b} \ \mathbf{c})$ の行列式 $|A|$ の値を求めよ.
- (2) $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ は 1 次独立か 1 次従属かを理由を述べて判定せよ.
また, 1 次従属の場合には, $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ の間に成立する関係式を表わせ.

解答欄 (解答欄が不足した場合は, その旨明記した上で裏面を利用すること.)

3. 連続変数 x の関数 $y(x)$ とその導関数 $y' = \frac{dy}{dx}$ について、下記の問題に解答せよ。
- (1) 微分方程式 $y' = 0$ の一般解を求めよ。
 - (2) 微分方程式 $y' + 12y = 0$ の一般解を、変数分離法により求めよ。
 - (3) 微分方程式 $y' + 12y + 20e^{24x} = 0$ の一般解を求めよ。

解答欄（解答欄が不足した場合は、その旨明記した上で裏面を利用すること。）

4. 自然数 $n \geq 4$ に対して、（離散型）確率変数 X の確率関数が

$$P(X = x) = \frac{1}{n}, \quad x = 1, 2, \dots, n$$

で与えられるとき、下記の問題に解答せよ。

- (1) 事象 $1 \leq X \leq 4$ の確率 $P(1 \leq X \leq 4)$ を n を用いて表せ。
- (2) 確率変数 X の平均 $E(X)$ が $(n+1)/2$ と等しいことを証明せよ。
- (3) 確率変数 X の分散 $V(X)$ が $(n^2 - 1)/12$ と等しいことを証明せよ。

解答欄（解答欄が不足した場合は、その旨明記した上で裏面を利用すること。）