1.　フィボナッチ数列に関するプログラムを Python で作成する．(1)(2)の問いに答えよ．

[フィボナッチ数列とは] 次のような漸化式で定義される数列である．

$F_0 = 0,$

$F_1 = 1,$

$F_n = F_{n-2} + F_{n-1}\ (n \geq 2)$

0，1 で始まり，その次は 0 と 1 を足した 1，その次は 1 と 1 を足した 2，...というように，前の 2 つの項の和が次の項の値になる数列である．フィボナッチ数列の先頭は，以下のようになる．

0，1，1，2，3，5，8，...

(1) 以下は，値が 10000 未満のフィボナッチ数列を生成するプログラムである．空欄をうめて，プログラムを完成せよ．ただし，新たな変数は追加しないものとする．また，生成した数列は，プログラム中のリスト fibonacci に格納する．

[プログラム (Python)]

```
# 結果を格納するリストを生成する．始まりの 2 項は 0，1 と決まっているので，リストに予め格納しておく．
fibonacci = [0, 1]
# 新しく求める項の位置を保持する変数を定義する．
# (最初はフィボナッチ数列の 3 番目の項を求めるので，n に 2 を入れておく.)
n = 2
# while True で，無限にループする処理を作り，リスト fibonacci に値を追加していく．
while True:
    # 新しく求める項の値を計算し，value に入れる．
    value = [      (a)      ]
    # 新しく求める項 value が 10000 以上の場合，ループを抜けるようにする．
    if [      (b)      ]
        [      (c)      ]
    # 新しく求めた項の値を，リスト fibonacci に追加する．
    [      (d)      ]
    n += 1
# 生成したフィボナッチ数列を出力する．
print('fibonacci sequence : ',fibonacci)
```

解答欄

(a)	
(b)	
(c)	
(d)	

(2) 以下は，(1) を実行した結果得られるフィボナッチ数列のリスト fibonacci に含まれる値の内，偶数の値の合計を求めるプログラムである．空欄を埋めて，プログラムを完成せよ．

[プログラム (Python)]

```
# 合計を求める変数 sum を 0 で初期化する.
sum = 0
# リスト fibonacci の要素の値を一つずつ取り出し変数 v にいれる.
# v の値が偶数であれば合計に加えていく.
[      (e)      ]
    # v が偶数であるか判断する.
    if [      (f)      ]
        sum += v
print('sum = ', sum)
```

解答欄

(e)	
(f)	

2.　以下の問いに答えよ．

(1) 8 桁のビット列 11001100 がある．このビット列を，8 桁の符号付き 2 進数で，負数は 2 の補数で表現したものとしたとき，10 進法で表した値を答えよ．なお，値を求める過程も書くこと．

解答欄

(2) 10 進数 120 を，16 進法および 2 進法で表せ．なお，値を求める過程も書くこと．

解答欄

[16 進法]

[2 進法]

3.　アルファベットを $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ とする．決定性有限オートマトン M_1 の初期状態は q_0，受理状態は q_1 であり，状態遷移関数は表 1 の状態遷移表で表される．また，非決定性有限オートマトン M_2 は図 1 の状態遷移図で表される．以下の設問に答えよ．

表 1　決定性有限オートマトン M_1 の状態遷移表．

状態＼入力	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
q_0	q_1	q_0	q_0	q_0	q_0	q_1	q_0	q_0	q_0	q_0
q_1	q_1	q_0	q_0	q_0	q_0	q_1	q_0	q_0	q_0	q_0

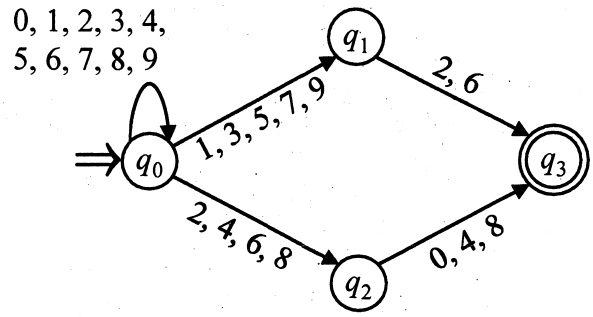

図 1　非決定性有限オートマトン M_2 の状態遷移図．

(1)　M_1 の状態遷移図を描け．

解答欄

(2)　次の記号列 w_1 から w_{10} のうち，M_1 が受理するものをすべて選び，○で囲め．

解答欄

$w_1 = 2023$　　$w_2 = 2024$　　$w_3 = 2025$　　$w_4 = 2026$　　$w_5 = 2027$

$w_6 = 2028$　　$w_7 = 2029$　　$w_8 = 2030$　　$w_9 = 2031$　　$w_{10} = 2032$

(3) M_1 が受理する言語 $L(M_1)$ はどのような記号列の集合か．また，$L(M_1)$ を正規表現で表せ．

解答欄

(4) 次の記号列 w_1 から w_{10} のうち，M_2 が受理するものをすべて選び，○で囲め．

解答欄

$w_1 = 2023$　　$w_2 = 2024$　　$w_3 = 2025$　　$w_4 = 2026$　　$w_5 = 2027$

$w_6 = 2028$　　$w_7 = 2029$　　$w_8 = 2030$　　$w_9 = 2031$　　$w_{10} = 2032$

(5) 図 2 に示す決定性有限オートマトン M_3 の状態 S，A，B，C，D のうち，どの状態を受理状態に設定すると，M_3 は非決定性有限オートマトン M_2 と等価になるか．該当する状態をすべて選べ．

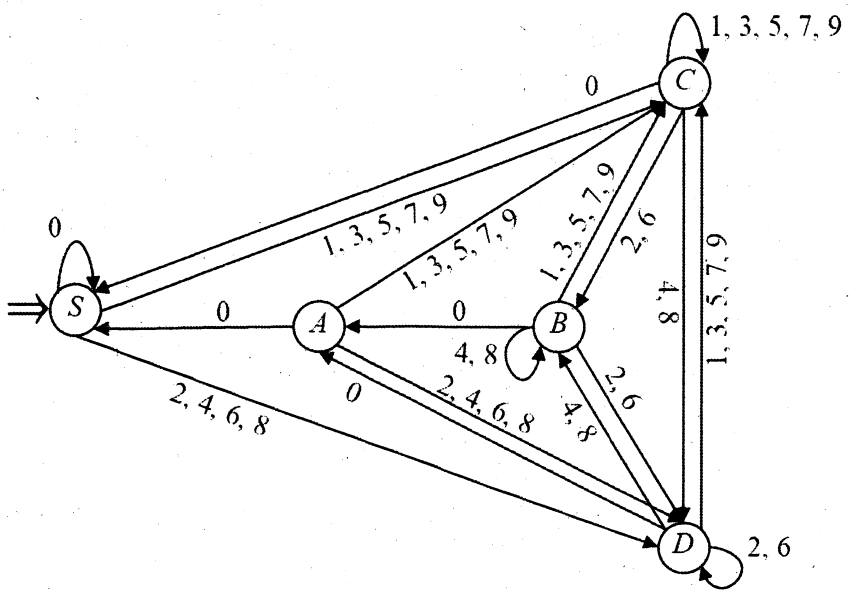

図 2　決定性有限オートマトン M_3 の状態遷移図．

解答欄

4. 2 つの母集団から独立に抽出された標本サイズが n_1，n_2 の無作為標本 $X = (X_1, X_2, \ldots, X_{n_1})$，$Y = (Y_1, Y_2, \ldots, Y_{n_2})$ は，それぞれ正規分布 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$，$N(\mu_2, \sigma_2^2)$ に従うとする．X，Yの標本平均をそれぞれ $\bar{X} = n_1^{-1}\sum_{i=1}^{n_1} X_i$，$\bar{Y} = n_2^{-1}\sum_{i=1}^{n_2} Y_i$ とするとき，以下の問いに答えよ．

(1) $\bar{X}$，$\bar{Y}$ の平均 $E(\bar{X})$，$E(\bar{Y})$ と分散 $V(\bar{X})$，$V(\bar{Y})$ をそれぞれ求めよ．ただし，答えのみでよい．

解答欄

(2) $\bar{X}+\bar{Y}$，$\bar{X}-\bar{Y}$ の平均 $E(\bar{X}+\bar{Y})$，$E(\bar{X}-\bar{Y})$ と分散 $V(\bar{X}+\bar{Y})$，$V(\bar{X}-\bar{Y})$ をそれぞれ求めよ．ただし，答えのみでよい．

解答欄

(3) $n_1 = 100$，$n_2 = 400$，$\sigma_1^2 = 1$，$\sigma_2^2 = 4$，$\bar{X} = 2$，$\bar{Y} = 1$ であるとき，μ_1，μ_2，$\mu_1+\mu_2$，$\mu_1-\mu_2$ に対する信頼度 95%の信頼区間をそれぞれ求めよ．ただし，事象 $|Z| \leq 1.96$ の確率は 0.95 であるとし，$\sqrt{2} = 1.414$ として，小数点第 2 位を四捨五入して解答せよ．ここで，Z は標準正規分布に従う確率変数とする．

解答欄

(4) $n_1 = 100$，$n_2 = 400$，$\sigma_1^2 = 1$，$\sigma_2^2 = 4$，$\bar{X} = 2$，$\bar{Y} = 1$ であるとき，検定統計量を求め，有意水準 5%で次の仮説を検定せよ．

帰無仮説 $\mu_1 = \mu_2$，対立仮説 $\mu_1 \neq \mu_2$

ただし，事象 $|Z| \leq 1.96$ の確率は 0.95 であるとして解答せよ．ここで，Z は標準正規分布に従う確率変数とする．

解答欄

5.　日本の市町村を単位として，少子化問題を説明するため，次の重回帰モデルを考える．

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + \varepsilon$$

被説明変数は，15 歳未満人口（y，単位：人口 1 千人当たりの人数）である．説明変数は，市町村財政の経常収支比率（x_1，単位：%），失業率（x_2，単位：%），出生数（x_3，単位：人口 1 千人当たりの人数），転入超過数（x_4，単位：人口 1 千人当たりの人数）である．転入超過数とは，転入者数から転出者数を引いた数字である．β_0はy切片であり，β_jは偏回帰係数($j = 1, 2, 3, 4$)を表し，εはガウス・マルコフの仮定を満たす誤差項とする．データは，独立行政法人統計センターが無償で公開している教育用標準データセット（SSDSE）を利用して，一部の変数を抜き出して加工したものである．統計環境 R を使って，すべての説明変数を用いて重回帰モデルを通常の最小二乗法（ordinary least squares）で推定したところ，以下の出力結果（モデル 1）が得られた．なお，本試験問題では，このモデルは適切に推定されたものと仮定する．

モデル 1（被説明変数：15 歳未満人口）

	推定値	標準誤差	t 値	p 値
切片	91.787	6.612	13.881	< 2e−16
x_1	0.044	0.073	0.605	0.545
x_2	−2.804	0.530	(a)	1.34e−07
x_3	4.764	0.183	25.995	< 2e−16
x_4	1.246	0.052	23.799	< 2e−16
R^2	0.421			
$\tilde{R}^2$	0.419			
AIC	15145			
n	1740			

注：R^2は決定係数を，$\tilde{R}^2$は自由度調整済み決定係数を，AIC は赤池情報量規準を，nは標本サイズを表す．福島県双葉町は人口 0 人のため解析から除外した．

(1) 帰無仮説を$\beta_1 = 0$とする．市町村財政の経常収支比率（x_1）の偏回帰係数は，5%の有意水準で統計的に有意か．その根拠も述べよ．

解答欄

(2) 他の変数が一定の場合，市町村の失業率（x_2）が 1%上がった場合，平均して，人口 1 千人当たりの 15 歳未満人口（y）は何人増減するといえるか．

解答欄

(3) モデル 1 の出力結果の(a)に入る数値はいくらか．計算には電卓を用いてよいが，t 値の計算式を明示せよ．小数点第 4 位を四捨五入して答えよ．なお，帰無仮説を $\beta_2 = 0$ とする．

解答欄

(4) 推定された偏回帰係数を用いて，15 歳未満人口（y）を予測する回帰式を作成せよ．

解答欄

(5) (4)で作成した回帰式を用いて，市町村財政の経常収支比率（x_1）の値が 90%，失業率（x_2）の値が 3%，人口 1 千人当たりの出生数（x_3）が 5 人，人口 1 千人当たりの転入超過数（x_4）が -3 人のとき，15 歳未満人口（y）の値を予測せよ．計算には電卓を用いてよいが，計算式を明示せよ．小数点第 4 位を四捨五入して答えよ．

解答欄

(6) 15 歳未満人口（y）を被説明変数として，市町村財政の経常収支比率（x_1），失業率（x_2），出生数（x_3），転入超過数（x_4），幼稚園と保育所数（x_5，単位：人口 1 千人当たりの数）の 5 つを説明変数として用いたモデル 2 を推定したところ，決定係数は 0.425，自由度修正済み決定係数は 0.423，AIC は 15135 だったとする．決定係数，自由度修正済み決定係数，AIC を判断材料として，モデル 1 とモデル 2 のどちらの方が良い予測モデルと判断するか．理由も簡潔に述べよ．

解答欄

6. 2023 年の Times Higher Education による世界大学ランキング上位 200 校のデータに対して，統計環境 R を使って，因子分析を実行したところ，以下の出力結果が得られた．使用した変数は，teaching（教育），research（研究），citations（被引用数），industry（産業界からの収入），international（国際性）のスコアである．summary(df1)は，これら 5 個の変数の要約統計量を表示している．

```
> summary(df1)
   teaching          research          citations          industry          international
 Min.   :29.40   Min.   :27.60   Min.   : 9.30   Min.   : 37.30   Min.   :25.50
 1st Qu.:42.35   1st Qu.:45.85   1st Qu.:79.08   1st Qu.: 44.80   1st Qu.:60.27
 Median :50.30   Median :55.65   Median :87.50   Median : 58.25   Median :75.30
 Mean   :54.06   Mean   :59.26   Mean   :84.84   Mean   : 63.41   Mean   :73.58
 3rd Qu.:62.23   3rd Qu.:72.90   3rd Qu.:93.60   3rd Qu.: 79.42   3rd Qu.:91.83
 Max.   :94.80   Max.   :99.70   Max.   :99.80   Max.   :100.00   Max.   :99.60

> factanal(df1, rotation="varimax", factors=2, scores="regression")

Call:
factanal(x = df1, factors = 2, scores = "regression", rotation = "varimax")

Uniquenesses:
       teaching         research        citations         industry       international
          0.151            0.005            0.899            0.873            0.039

Loadings:
                     Factor1   Factor2
     teaching          0.922    -0.014
     research          0.982     0.177
     citations         0.013     0.317
     industry          0.335    -0.120
     international    -0.100     0.975

                     Factor1   Factor2
     SS loadings       1.935     1.098
     Proportion Var    0.387     0.220
     Cumulative Var    0.387     0.607

Test of the hypothesis that 2 factors are sufficient.
The chi square statistic is 28.11 on 1 degree of freedom.
The p-value is 1.15e-07
```

出典：Times Higher Education（2023）World University Rankings

(1) 第 1 因子の寄与率はいくらか.

解答欄

(2) 出力された結果から，因子の解釈を行う．出力結果のどの部分を根拠にどのように解釈すればよいか，具体的に説明せよ.

解答欄