

1. 8 ビットのビット列 “11001100” がある。このビット列は最高位ビットから、符号部 1 ビット “1”，指数部 4 ビット “1001”，仮数部 3 ビット “100”，の浮動小数点数のビット表現である。以下の規則に従う。
- 1) 符号部は、値の正負符号を表しており，“1” のとき負，“0” のとき正である。
 - 2) 指数部は、符号付き整数を 4 ビットのイクセス表現（ゲタばき表現）で表したビット列である。符号付き整数の n ビットイクセス表現は、 n ビットのうち最高位ビットのみ “0”，それ以外全てのビットが “1” の “011...11” を 10 進数の 0 に対応させるよう二進法表現にゲタをはかせたものである。例えば 3 ビットイクセス表現であれば，“010” が -1 ，“011” が 0 ，“100” が 1 に対応する。
 - 3) 仮数部は、値を 2 進数指数表記した際の仮数の一部に対応している。例えば仮数部 3 ビット “011” は、小数点付き 2 進数の仮数 “1.011” を表している。
- 8 ビットのビット列 “11001100” について、以下の問いに答えよ。

- (1) 4 ビットイクセス表現された指数部 “1001” は十進法でいくつか。選択肢の記号で答えよ。またその導出過程を述べよ。
 - (ア) 2
 - (イ) -7
 - (ウ) -6
- (2) 仮数部 “100” が表す仮数を十進法で表したものとして、正しいものを 1 つ選べ。またその導出過程を述べよ。
 - (ア) 1
 - (イ) 4
 - (ウ) 1.5
- (3) ビット列 “11001100” が表す値を十進法で表したものとして正しいものを 1 つ選べ。ただし、(1)の答えを e ，(2)の答えを m とする。
 - (ア) $+m \times 2^e$
 - (イ) $+e \times 2^m$
 - (ウ) $-m \times 2^e$
 - (エ) $-e \times 2^m$

解答欄

(1)	<p>選択肢 _____</p> <p>導出過程</p>
(2)	<p>選択肢 _____</p> <p>導出過程</p>
(3)	<p>選択肢 _____</p>

2. 自然数組 (a, b) の最大公約数 g を求めるアルゴリズムとして「ユークリッドの互除法」が知られている。
自然数組 $(a, b) = (15, 21)$ を例に手順を以下に示す。

- 1) $15 \equiv 15 \pmod{21}$
 - 2) $21 \equiv 6 \pmod{15}$
 - 3) $15 \equiv 3 \pmod{6}$
 - 4) $6 \equiv 0 \pmod{3}$, この時点で剰余が 0 となったので, 最大公約数は法であった 3 である。
- また, このアルゴリズムにおいて, a と b は自然数であることを前提としている。

- (1) 以上をふまえて, Python 言語で, ユークリッドの互除法により最大公約数を求める関数 `gcd()` を定義した。関数の引数は自然数 2 つであり, 関数の返却値は引数で与えた二数の最大公約数である。
空欄を埋めて関数定義を完成させよ。ただし, 新たな変数は追加しないものとする。
なお, `assert P` は, 論理式 P が真であることを確約する構文であり, P が偽であるときに故意にエラーを発生させるものである。また, `isinstance(a, int)` は変数 a の実現値の型が `int` であれば真 (True) を返却する関数である。

```
def gcd(a, b):  
    assert isinstance(a, int) and isinstance(b, int)  
    assert a > 0 and b > 0  
  
    divider, remainder = b, a % b  
  
    while (A):  
        divider, remainder = remainder, (B)  
  
    g = divider  
  
    return g
```

解答欄

(A)	
(B)	

- (2) 関数 `gcd()` を `mylib.py` に書き、検証するテスト関数 `test_gcd()` を `test_mylib.py` に書いた。関数 `test_gcd()` の引数は、最大公約数を求めたい自然数組のタプルと期待される最大公約数の値、返却値はテスト結果（正答なら `True`、誤答なら `False`）である。2つのファイル（モジュール）は同じフォルダに置いた。以下は、`test_mylib.py` の内容である。空欄を埋めてプログラムを完成させよ。

```
import mylib as my

def test_gcd(values, expected):
    value1, value2 = values
    P = expected == (C)
    return P
```

解答欄

(C)

- (3) 端末上でテスト関数 `test_gcd()` を呼び出して、関数 `gcd()` の正しさを検証する。自然数組のタプル `(15, 21)` を引数としてテスト関数に与えれば、真の最大公約数 `3` との一致が期待される。以下は、検証の様子である。空欄の入力内容を答えよ。

```
>>> import test_mylib
>>> values = (15, 21)
>>> expected = 3
>>> test_mylib.test_gcd((D) )
True
```

解答欄

(D)

3. 決定性有限オートマトン M の状態遷移表が表 1 のように与えられている。
初期状態は q_0 、受理状態は q_1 と q_2 である。以下の設問に答えよ。

表 1

状態 \ 入力	0	1
q_0	q_1	q_3
q_1	q_2	q_0
q_2	q_0	q_1
q_3	q_3	q_2

- (1) M が受理する記号列 $w \in L(M)$ のうち、長さが 3 の記号列 w をすべて示せ。

解答欄

- (2) 次の記号列 $w_1 \sim w_6$ のうち、 M が受理するものをすべて選び、○で囲め。

解答欄

$w_1 = 11001010$

$w_2 = 11110001$

$w_3 = 01111001$

$w_4 = 01111111$

$w_5 = 011100101010$

$w_6 = 010000010$

- (3) M が受理する言語 $L(M)$ の補集合を受理する決定性有限オートマトンの状態遷移図を描け。

解答欄

- (4) x, z を空記号列でもよい記号列とし、 y を長さ 3 の記号列とする。任意の自然数 $k \geq 0$ に対し $xy^kz \in L(M)$ となるような y をすべて求めよ。

解答欄

4. 空記号列を ε とする. 変数の集合 $N = \{S, A, B\}$, 終端記号の集合 $\Sigma = \{a, b, c\}$, 生成規則の集合 $P = \{S \rightarrow aSc, S \rightarrow A, A \rightarrow bAb, A \rightarrow B, B \rightarrow \varepsilon\}$, 開始記号 S で定義される文脈自由文法を $G = \langle N, \Sigma, P, S \rangle$ とする. 以下の設問に答えよ.

- (1) 次の記号列 $w_1 \sim w_5$ のうち, 文法 G で導出できるものをすべて選び, \bigcirc で囲め.

解答欄

$w_1 = aabbcc$

$w_2 = aabbcc$

$w_3 = aaaccc$

$w_4 = abbbba$

$w_5 = aabbbbcc$

- (2) 生成規則をちょうど 4 回使って導出できる記号列をすべて示せ. それぞれの導出も記すこと.

解答欄

- (3) 文法 G によって生成される言語 $L(G)$ を受理するプッシュダウンオートマトンを $M = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F \rangle$ とする. 状態の集合は $Q = \{q_0\}$, 入力アルファベットは $\Sigma = \{a, b, c\}$, スタック記号は $\Gamma = \{S, A, B, Z_0\} \cup \Sigma$ である. q_0 と Z_0 はそれぞれ初期状態と初期スタック記号であり, $F = \{q_0\}$ は受理状態の集合である. 入力記号列を読み終えたときにスタックが空かつ受理状態であることのみを受理条件とする. 動作関数 δ を下記のように定義するとき, $\delta(q_0, \varepsilon, A)$ の右辺の空欄に該当する式を答えよ.

$$\begin{aligned} \delta(q_0, \varepsilon, Z_0) &= \{ (q_0, SZ_0), (q_0, \varepsilon) \}, & \delta(q_0, \varepsilon, S) &= \{ (q_0, aSc), (q_0, A) \}, & \delta(q_0, \varepsilon, A) &= \{ \boxed{}, \}, \\ \delta(q_0, \varepsilon, B) &= \{ (q_0, \varepsilon) \}, & \delta(q_0, a, a) &= \{ (q_0, \varepsilon) \}, & \delta(q_0, b, b) &= \{ (q_0, \varepsilon) \}, & \delta(q_0, c, c) &= \{ (q_0, \varepsilon) \} \end{aligned}$$

解答欄

5. 以下の設問に答えよ。なお、値を求める過程も書くこと。ただし、事象 $|Z| \leq 1.96$ の確率は 0.95 であり、事象 $|Z| \leq 2.58$ の確率は 0.99 であるとする。ここで、 Z は標準正規分布に従う確率変数とする。

- (1) 以下の表は、ある確率変数 X に関して、ある母集団から無作為抽出された A, B, C, D, E, F の 6 人の実現値である。この標本に関して、標本平均と標本分散をそれぞれ求めよ。

	A	B	C	D	E	F
実現値	2	1	-4	2	1	-2

解答欄

- (2) (1) において、実現値の標本平均が 0、標本分散が 1 となるように標準化したとする。このとき、A の実現値 2 を標準化した後の値を小数点第 3 位を四捨五入して解答せよ。ただし、必要に応じて次の結果を用いて良い。 $\sqrt{2} = 1.41$, $\sqrt{3} = 1.73$, $\sqrt{5} = 2.24$

解答欄

- (3) ある母集団から抽出された標本サイズが 6 の無作為標本に対し、標本分散を計算したところその値が 30 であった。このとき、不偏分散を求めよ。

解答欄

- (4) 母分散が 4 である正規母集団から抽出された標本サイズが 16 の無作為標本に対し、標本平均を計算したところ 5 であった。このとき、母平均の 99% 信頼区間を求めよ。

解答欄

- (5) (4) において、以下の帰無仮説と対立仮説に関し、有意水準 5% で検定せよ。

帰無仮説：母平均は 4 である

対立仮説：母平均は 4 ではない

解答欄

- (6) (5) において、母分散が未知だったとする。不偏分散を計算したところ 25 であった。このとき、検定統計量として適切な値を求めよ。

解答欄

- (7) 母分散が未知の場合の正規母集団の母平均の検定に関して、帰無仮説において検定統計量は自由度 ν の t 分布に従うことが知られている。(6) の場合において、 ν の値として最も適切な数値を答えよ。

解答欄

6. 大学生の1日の摂取カロリーを説明するため、次の重回帰モデルを考える。

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + \beta_5 x_5 + \beta_6 x_6 + \beta_7 x_7 + \varepsilon$$

被説明変数は1日の摂取カロリー y （単位：kcal）である。説明変数は、身長 x_1 （単位：cm）、体重 x_2 （単位：kg）、年齢 x_3 （単位：歳）、性別 x_4 （男性ならば $x_4 = 0$ 、女性ならば $x_4 = 1$ ）である。 x_5 は x_1 と x_4 の交互作用項（交差項）、 x_6 は x_2 と x_4 の交互作用項、 x_7 は x_3 と x_4 の交互作用項である。交互作用項とは、 $x_5 = x_1 x_4$ のような積の項である。誤差項 ε は互いに独立に正規分布 $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ に従うものとする。統計環境 R を使い、すべての説明変数を用いて重回帰モデル（モデル 1）を通常の最小二乗法（ordinary least squares）で推定したところ、以下の出力結果が得られた。

モデル 1（被説明変数：1日の摂取カロリー y ）

	推定値	標準誤差	t 値	p 値
切片	1189.1241	83.1858	14.295	$< 2e-16$
x_1	4.8048	0.5225	(a)	$< 2e-16$
x_2	12.4905	0.5850	21.350	$< 2e-16$
x_3	-7.8160	1.6985	-4.602	$5.34e-06$
x_4	157.2463	178.7305	0.880	0.379
x_5	-1.3004	1.1810	-1.101	0.271
x_6	-1.8105	1.4354	-1.261	0.208
x_7	1.6264	4.2185	0.386	0.700
R^2	0.8994			
\tilde{R}^2	0.8980			
n	500			

注： R^2 、 \tilde{R}^2 、 n は、それぞれ決定係数、自由度調整済み決定係数、標本サイズを表す。

- (1) モデル 1 の出力結果の(a)に入る数値はいくらか。計算には電卓を用いてよいが、t 値の計算式を明示せよ。小数点第 4 位以下を四捨五入して答えよ。

解答欄

- (2) 推定された偏回帰係数およびすべての変数を用いて、1日の摂取カロリー y の値を予測するための回帰式を作成せよ。

解答欄

- (3) 身長 x_1 が 150cm, 体重 x_2 が 45kg, 年齢 x_3 が 18 歳, 性別 x_4 が女性るとき, 1日の摂取カロリーを予測せよ。計算には電卓を用いてよいが, 計算式を明示せよ。小数点第 4 位を四捨五入して答えよ。

解答欄

7. 次の重回帰モデルを考える.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + \beta_5 x_5 + \beta_6 x_6 + \beta_7 x_7 + \beta_8 x_8 + \beta_9 x_9 + \varepsilon$$

変数選択を行うために、統計環境 R を使って 5 通りのモデル 7.1~7.5 について AIC を求めたところ、以下の出力結果が得られた. 出力結果の $x_1 \sim x_9$ に対応する数値は、偏回帰係数の推定値を表す. 偏回帰係数の値が空欄となっている説明変数は、モデルに含まれていないことを意味する.

出力結果（被説明変数：y）					
	モデル 7.1	モデル 7.2	モデル 7.3	モデル 7.4	モデル 7.5
切片	995.509	995.342	995.791	996.246	996.768
x_1	6.845	6.864	6.891	6.938	8.059
x_2	2.658	2.627	2.604	2.537	
x_3	3.501	3.448	3.436	3.453	4.391
x_4	4.803	4.441	4.427	4.709	4.762
x_5	-0.927				
x_6	1.772	1.399	1.372		
x_7	-4.816	-4.848	-4.839	-4.239	-4.204
x_8	4.776	4.830	5.328	5.368	5.278
x_9	0.958	0.959			
AIC	7843.64	7841.86	7840.13	7838.68	7838.36
n	1000	1000	1000	1000	1000

注：n は標本サイズを表す.

(1) AIC とは何か、具体的に説明せよ.

解答欄

(2) 上記の出力結果のみから AIC による変数選択を考えることとすると、y を予測するには、 $x_1 \sim x_9$ までのどの変数を用いればよいと判断できるか答えよ.

解答欄