

令和 8 年度総合生産科学研究科博士前期課程総合生産科学専攻

一般入試 (夏期募集)

共生システム科学コース 電気・機械システム分野 (機械系)

海洋未来科学コース (機械系)

数学

1 2×2 行列 A を $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 2 & a \end{bmatrix}$ (a は実数) とし、 $x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$ とする。微分方程式

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t)$$

について、以下の問いに答えなさい。

- (1) 行列 A の固有値 λ_1, λ_2 ($\lambda_1 \leq \lambda_2$) を求めなさい。また、 λ_1, λ_2 に対応する固有ベクトルをそれぞれ $v_1 = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{bmatrix}$, $v_2 = \begin{bmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \end{bmatrix}$ とするとき、 $\|v_1\| = \|v_2\| = \sqrt{2}$ かつ $\alpha_1 > 0$, $\alpha_2 > 0$ であるものを求めなさい。
- (2) (1) の v_1, v_2 に対して、 2×2 行列 P を $P = [v_1 \ v_2]$ とし、 $z(t) = \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix}$ とする。与えられた微分方程式に対して、 $x(t) = Pz(t)$ とおくと、 $z_1(t)$ および $z_2(t)$ に関する微分方程式をそれぞれ求めなさい。
- (3) 与えられた微分方程式の解 $x(t)$ のうち、 $x(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$ を満足するものを求めなさい。

令和 8 年度総合生産科学研究科博士前期課程総合生産科学専攻

一般入試（夏期募集）

共生システム科学コース 電気・機械システム分野（機械系）

海洋未来科学コース（機械系）

数学

3 ベクトル i, j, k を $i = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $j = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ とする。

ベクトル r を $r = xi + yj + zk$ (x, y, z は実数) とし、 $r = |r| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ($r \neq 0$) とする。また、 r の関数 $f(r)$ に対して、 $\Delta f(r)$ を以下のように定義する。

$$\Delta f(r) = \frac{\partial^2 f(r)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(r)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f(r)}{\partial z^2}$$

ただし、すべての r に対して、 $\frac{df(r)}{dr} \neq 0$, $\frac{d^2 f(r)}{dr^2} \neq 0$ である。以下の問いに答えなさい。

- (1) $\Delta f(r)$ を r , $\frac{df(r)}{dr}$, $\frac{d^2 f(r)}{dr^2}$ を用いて表しなさい。
- (2) $\Delta f(r) = 0$ を満足する $f(r)$ を r を用いて表しなさい。

令和 8 年度総合生産科学研究科博士前期課程総合生産科学専攻

一般入試（夏期募集）

共生システム科学コース 電気・機械システム分野（機械系）

海洋未来科学コース（機械系）

数学

2 xyz 座標空間内で定義された曲面

$$\{(x, y, z) \mid z = x^2 + y^2\}$$

の $x^2 + y^2 \leq 1$ の範囲にある部分の面積 S を求めなさい。